

P-G 帰還の謎を解く

Ayumi's Lab.

2002 年 10 月 26 日

Revised 2007 年 12 月 3 日

プリアンプを設計していて、NF 型や LUX 型のトーンコントロール回路を検討してみたところ、P-G 帰還について詳しく理解する必要に迫られました。ところが、P-G 帰還を詳細に解説している書籍は、[1, p. 44] と [2, p. 374] しか保有しておりません。どちらの本も、アンプの出カインピーダンスが 0 であると仮定しているはずですが、そこで、P-G 帰還の詳細な利得を算出してみようと思います。

1 P-G 帰還回路

P-G 帰還の基本的な回路は、図 1 のようになります。

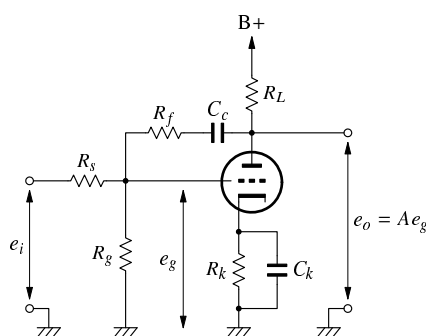


図 1: P-G 帰還回路

R_g は、グリッドを 0V に保つためのグリッド抵抗ですが、信号源の直流レベルが 0V であれば不要です。また後ほど検討しますが、グリッドには非常に小さな電圧しか掛からないので、交流的には無視しても構わないでしょう。

R_s を通してグリッドに与えられた信号は、 A 倍に増幅されてプレートに現われます。これが R_f を通してグリッドにフィードバックされます。

2 P-G 帰還回路のクローズドループゲイン

このとき、入力信号 e_i 、グリッドに掛かる信号 e_g 、出力信号 e_o の関係を図示すると、図 2 のようになります。

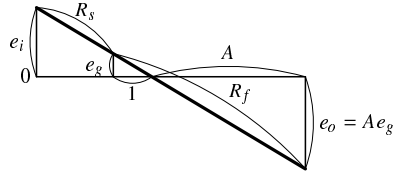


図 2: P-G 帰還の信号とフィードバック抵抗

入力端子と出力端子の間の電圧は、 $e_i + e_o$ で、これが $R_s + R_f$ の両端に加わっていることになり
ます。信号が加わっても常に 0V になっている点があり、それは、 R_f を $1 : A$ に内分した点です。
 A は負帰還が掛かっていない場合のゲインです。入力信号 e_i は、 R_s と $R_f/(1+A)$ で分割され e_g と
なってグリッドに加わります。

$$e_g = \frac{\frac{1}{1+A}R_f}{R_s + \frac{1}{1+A}R_f} e_i \quad (1)$$

プレートには $e_o = Ae_g$ の出力が現われます。

$$e_o = Ae_g = A \frac{\frac{1}{1+A}R_f}{R_s + \frac{1}{1+A}R_f} e_i \quad (2)$$

これらより、負帰還を掛けた場合のゲイン A_f は、

$$\begin{aligned} A_f &= \frac{e_o}{e_i} = A \frac{\frac{1}{1+A}R_f}{R_s + \frac{1}{1+A}R_f} \\ &= \frac{AR_f}{(1+A)R_s + R_f} = \frac{AR_f}{R_s + R_f + AR_s} \\ &= \frac{R_f}{R_s + R_f} \cdot \frac{A}{1 + A \frac{R_s}{R_s + R_f}} \end{aligned} \quad (3)$$

R_s と R_f による分圧回路によって減衰された信号が、通常の負帰還の掛かったアンプに加わってい
る、と解釈できます。

通常の負帰還と同様に、 $\beta = R_s/(R_s + R_f)$ とおくと、

$$A = (1 - \beta) \frac{A}{1 + A\beta} \quad (4)$$

となります。

2.1 重ねの理による解析

P-G 帰還では、入力信号と帰還信号は、グリッドの場所で加算されます。グリッドに生じている
正味の電圧は、重ねの理を使うと、簡単に求めることができます。

まず、入力信号だけを考えます。このとき、出力電圧は 0 として、グリッドに生じる電圧を求め
ます。図 3 (a) より、グリッドにおける入力電圧 e'_i は、

$$e'_i = \frac{R_f}{R_s + R_f} e_i \quad (5)$$

となります。

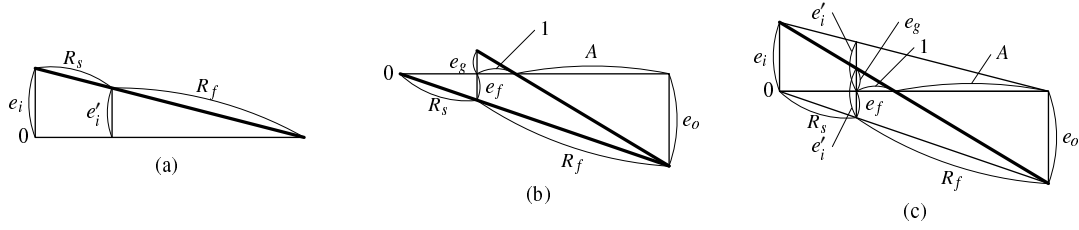


図 3: 重ねの理による解析

次に，出力信号だけを考えます．入力電圧を 0 として，グリッドに生じる帰還電圧を求めます．図 3 (b) より，グリッドにおける帰還電圧 e_f は，

$$e_f = \frac{R_s}{R_s + R_f} e_o \quad (6)$$

となります．

グリッドにおける入力電圧 e'_i から帰還電圧 e_f を引いたものが，正味のグリッド入力 e_g になり，その A 倍が出力 e_o になります．

$$e_o = A e_g = A(e'_i - e_f) \quad (7)$$

2 つの図を重ね合わせると，図 3 (c) のようになります．すなわち，帰還率が $\beta = R_s / (R_s + R_f)$ の負帰還増幅器に， e'_i の入力を加えたものとみなすことができます．

3 P-G 帰還回路のオープンゲイン

ところで， R_f のうち $A / (1 + A)$ の部分は，負荷と並列になります．したがって，オープンゲインは少し低下します．実質的な負荷抵抗 R'_L は，

$$R'_L = R_L // \frac{A}{1 + A} R_f = \frac{\frac{A}{1 + A} R_L R_f}{R_L + \frac{A}{1 + A} R_f} = \frac{A R_L R_f}{(1 + A) R_L + A R_f} \quad (8)$$

であるから，オープンゲインは次のようになります．

$$\begin{aligned} A &= \mu \frac{R'_L}{r_p + R'_L} \\ &= \mu \frac{\frac{A R_L R_f}{(1 + A) R_L + A R_f}}{r_p + \frac{A R_L R_f}{(1 + A) R_L + A R_f}} \\ &= \frac{\mu A R_L R_f}{(1 + A) r_p R_L + A r_p R_f + A R_L R_f} \\ (1 + A) r_p R_L + A r_p R_f + A R_L R_f &= \mu R_L R_f \\ (r_p R_L + r_p R_f + R_L R_f) A &= (\mu R_f - r_p) R_L \\ A &= \frac{(\mu R_f - r_p) R_L}{r_p R_L + r_p R_f + R_L R_f} \\ &= \frac{(\mu - \frac{r_p}{R_f}) R_L}{r_p + (1 + \frac{r_p}{R_f}) R_L} \end{aligned} \quad (9)$$

実際には，次段の入カインピーダンスも並列になります．

4 P-G 帰還回路の入カインピーダンス

図 1 より, 入カインピーダンス Z_i は,

$$Z_i = R_s + \frac{1}{1+A}R_f \quad (10)$$

となります.

5 P-G 帰還回路の出カインピーダンス

出力から見て, グラウンドに電流が流れる経路は, $R_s + R_f, R_L$, 真空管の 3 つあります. 出力に加える電圧を e , 真空管に流れる電流を i とすれば, R_f と R_s によって分圧されたものが真空管のグリッドに加わるので,

$$e + \mu \frac{R_s}{R_s + R_f} e = i r_p$$

$$i = \frac{1 + \mu \frac{R_s}{R_s + R_f}}{r_p} e$$

これより, 真空管部分のインピーダンス Z'_o は,

$$Z'_o = \frac{e}{i} = \frac{r_p}{1 + \mu \frac{R_s}{R_s + R_f}} \quad (11)$$

したがって, P-G 帰還回路全体の出力インピーダンス Z_o は,

$$Z_o = (R_s + R_f) // R_L // \frac{r_p}{1 + \mu \frac{R_s}{R_s + R_f}} \quad (12)$$

となります.

6 等価回路による解析

P-G 帰還の等価回路は、図 4 のようになります。

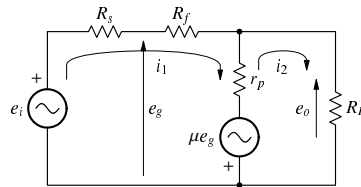


図 4: P-G 帰還の等価回路

これより, 次の関係が成り立ちます。

$$e_i + \mu e_g = i_1(R_s + R_f) + (i_1 - i_2)r_p \quad (13)$$

$$-\mu e_g = (i_2 - i_1)r_p + i_2 R_L \quad (14)$$

$$e_g = \frac{R_f e_i + R_s e_o}{R_s + R_f} \quad (15)$$

$$e_o = i_2 R_L \quad (16)$$

6.1 ゲイン

式 (16) より、

$$i_2 = \frac{e_o}{R_L} \quad (17)$$

この式と式 (15) を式 (13), (14) に代入して、

$$\begin{aligned} e_i + \mu \frac{R_f e_i + R_s e_o}{R_s + R_f} &= i_1 (r_p + R_s + R_f) - \frac{r_p}{R_L} e_o \\ \left(1 + \mu \frac{R_f}{R_s + R_f}\right) e_i &= i_1 (r_p + R_s + R_f) - \left(\mu \frac{R_s}{R_s + R_f} + \frac{r_p}{R_L}\right) e_o \\ -\mu \frac{R_f e_i + R_s e_o}{R_s + R_f} &= -i_1 r_p + \frac{e_o}{R_L} (r_p + R_L) \\ i_1 r_p &= \mu \frac{R_f}{R_s + R_f} e_i + \left(\mu \frac{R_s}{R_s + R_f} + \frac{r_p}{R_L} + 1\right) e_o \\ i_1 &= \frac{\mu \frac{R_f}{R_s + R_f} e_i + \left(\mu \frac{R_s}{R_s + R_f} + \frac{r_p}{R_L} + 1\right) e_o}{r_p} \end{aligned} \quad (18)$$

式 (19) を式 (18) に代入して、

$$\begin{aligned} \left(1 + \mu \frac{R_f}{R_s + R_f}\right) e_i &= \left\{ \mu \frac{R_f}{R_s + R_f} e_i + \left(\mu \frac{R_s}{R_s + R_f} + \frac{r_p}{R_L} + 1\right) e_o \right\} \frac{r_p + R_s + R_f}{r_p} \\ &\quad - \left(\mu \frac{R_s}{R_s + R_f} + \frac{r_p}{R_L}\right) e_o \\ \left\{1 + \mu \frac{R_f}{R_s + R_f} \left(1 - \frac{r_p + R_s + R_f}{r_p}\right)\right\} e_i &= \left\{ \left(\mu \frac{R_s}{R_s + R_f} + \frac{r_p}{R_L}\right) \left(\frac{r_p + R_s + R_f}{r_p} - 1\right) + \frac{r_p + R_s + R_f}{r_p} \right\} e_o \\ \left(1 - \mu \frac{R_f}{R_s + R_f} \cdot \frac{R_s + R_f}{r_p}\right) e_i &= \left\{ \left(\mu \frac{R_s}{R_s + R_f} + \frac{r_p}{R_L}\right) \frac{R_s + R_f}{r_p} + \frac{R_s + R_f}{r_p} + 1 \right\} e_o \\ \left(1 - \mu \frac{R_f}{r_p}\right) e_i &= \left(\mu \frac{R_s}{r_p} + \frac{R_s + R_f}{R_L} + \frac{R_s + R_f}{r_p} + 1\right) e_o \\ &= \left\{ \frac{(1 + \mu) R_s + R_f}{r_p} + \frac{R_s + R_f}{R_L} + 1 \right\} e_o \\ e_o &= -\frac{\mu \frac{R_f}{r_p} - 1}{\frac{(1 + \mu) R_s + R_f}{r_p} + \frac{R_s + R_f}{R_L} + 1} e_i \end{aligned} \quad (20)$$

$$A_f = -\frac{\mu \frac{R_f}{r_p} - 1}{\frac{(1 + \mu) R_s + R_f}{r_p} + \frac{R_s + R_f}{R_L} + 1} \quad (21)$$

6.2 入力インピーダンス

式 (13) と式 (14) を足し、式 (16) を代入すると、

$$\begin{aligned} e_i &= i_1 (R_s + R_f) + i_2 R_L = i_1 (R_s + R_f) + e_o \\ i_1 &= \frac{e_i - e_o}{R_s + R_f} \end{aligned}$$

式 (20) を代入すると、

$$i_1 = \frac{1}{R_s + R_f} \left\{ 1 + \frac{\mu \frac{R_f}{r_p} - 1}{\frac{(1 + \mu) R_s + R_f}{r_p} + \frac{R_s + R_f}{R_L} + 1} \right\} e_i$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{R_s + R_f} \left\{ 1 + \frac{(\mu R_f - r_p) R_L}{(R_s + R_f)(r_p + R_L) + (r_p + \mu R_s) R_L} \right\} e_i \\
&= \frac{1}{R_s + R_f} \cdot \frac{(R_s + R_f)(r_p + R_L) + (r_p + \mu R_s) R_L}{(R_s + R_f)(r_p + R_L) + (r_p + \mu R_s) R_L} e_i
\end{aligned}$$

これより、入力インピーダンス Z_i は、

$$\begin{aligned}
Z_i &= \frac{e_i}{i_1} \\
&= (R_s + R_f) \frac{(R_s + R_f)(r_p + R_L) + (r_p + \mu R_s) R_L}{(R_s + R_f)(r_p + R_L) + (r_p + \mu R_s) R_L} \\
&= \frac{(R_s + R_f)(r_p + R_L) + (r_p + \mu R_s) R_L}{r_p + (1 + \mu) R_L} \quad (22)
\end{aligned}$$

6.3 出力インピーダンス

出力インピーダンスを求めるための等価回路は、図5のようになります。

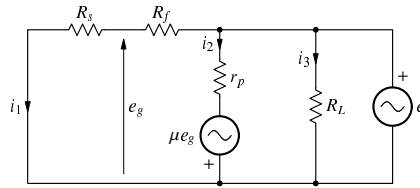


図5: P-G 帰還の出力インピーダンスを求めるための等価回路

これより、以下の関係が成り立ちます。

$$i_1 = \frac{e}{R_s + R_f} \quad (23)$$

$$i_2 = \frac{\mu e_g + e}{r_p} \quad (24)$$

$$i_3 = \frac{e}{R_L} \quad (25)$$

$$e_g = \frac{R_s}{R_s + R_f} e \quad (26)$$

これより、

$$\begin{aligned}
i_2 &= \frac{\mu \frac{R_s}{R_s + R_f} e + e}{r_p} \\
&= \frac{1 + \mu \frac{R_s}{R_s + R_f}}{r_p} e \quad (27)
\end{aligned}$$

したがって、出力インピーダンス Z_o は、

$$\begin{aligned}
Z_o &= \frac{e}{i_1 + i_2 + i_3} \\
&= (R_s + R_f) // R_L // \frac{r_p}{1 + \mu \frac{R_s}{R_s + R_f}} \quad (28)
\end{aligned}$$

7 シミュレーション

P-G 帰還回路の実例として LUX SQ38FD のフラットアンプをとりあげます．回路は図 6 です．B 電圧は不明ですが，250V としてシミュレーションを行います．また，次段の入インピーダンスを 100kΩ とします．シミュレーションの回路図は，図 7 です．

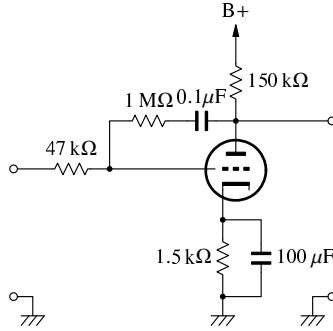


図 6: LUX SQ38FD フラットアンプ

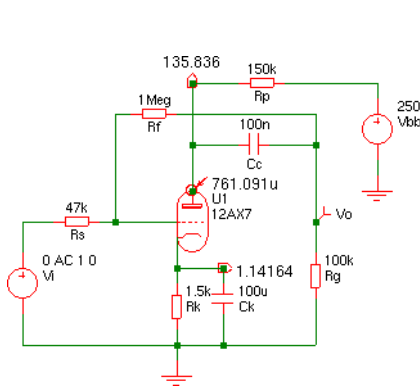


図 7: シミュレーション回路

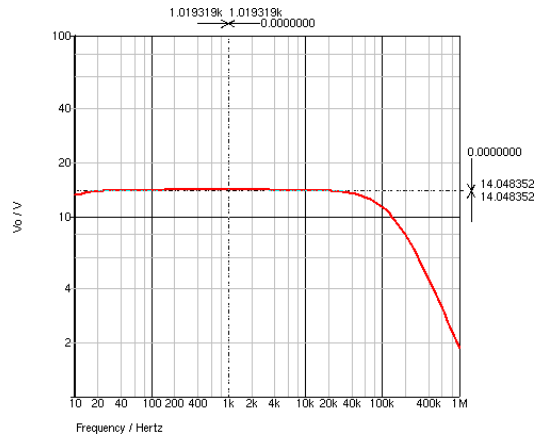


図 8: ゲインの周波数特性

動作点は $E_p = 134.6946 \text{ V}$ ， $E_g = -1.141638 \text{ V}$ で，三定数は， $\mu = 97.9855$ ， $r_p = 71.3572 \text{ k}\Omega$ ， $g_m = 1.373169 \text{ mS}$ です．交流負荷抵抗は $R_L = 150/100 = 60 \text{ k}\Omega$ です．

$$\beta = \frac{R_s}{R_s + R_f} = \frac{47}{47 + 1000} = 0.04489$$

$$A = \frac{(\mu - \frac{r_p}{R_f})R_L}{r_p + (1 + \frac{r_p}{R_f})R_L} = \frac{(97.9855 - \frac{71.3572}{1000})60}{71.3572 + (1 + \frac{71.3572}{1000})60} = 43.3125$$

$$A_f = (1 - \beta) \frac{A}{1 + A\beta} = 0.9551 \times \frac{43.3125}{1 + 43.3125 \times 0.04489} = 14.05$$

$$Z_i = R_s + \frac{R_f}{1 + A} = 47 + \frac{1000}{1 + 43.3125} = 69.567 \text{ [k}\Omega\text{]}$$

$$Z_o = (R_s + R_f) // R_L // \frac{r_p}{1 + \mu \frac{R_s}{R_s + R_f}} = (47 + 1000) // 60 // \frac{71.3572}{1 + 97.9855 \frac{47}{47 + 1000}} = 10.72 \text{ [k}\Omega\text{]}$$

等価回路による式を用いると、

$$\begin{aligned}
 A_f &= -\frac{\mu \frac{R_f}{r_p} - 1}{\frac{(1+\mu)R_s+R_f}{r_p} + \frac{R_s+R_f}{R_L} + 1} \\
 &= -\frac{97.9855 \times \frac{1000}{71.3572} - 1}{\frac{(1+97.9855) \times 47 + 1000}{71.3572} + \frac{47+1000}{60} + 1} = 14.05 \\
 Z_i &= \frac{(R_s + R_f)(r_p + R_L) + (r_p + \mu R_s)R_L}{r_p + (1 + \mu)R_L} \\
 &= \frac{(47 + 1000) \times (71.3572 + 60) + (71.3572 + 97.9855 \times 47) \times 60}{71.3572 + (1 + 97.9855) \times 60} \\
 &= 69.567 \text{ [k}\Omega\text{]}
 \end{aligned}$$

となって、先ほどの結果と一致します。

シミュレーション結果を図 8, 9, 10 に示します。 ゲインは 14.048 , 入力インピーダンスは

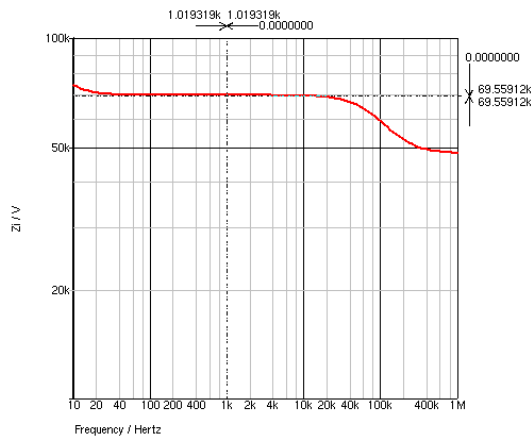


図 9: 入力インピーダンスの周波数特性

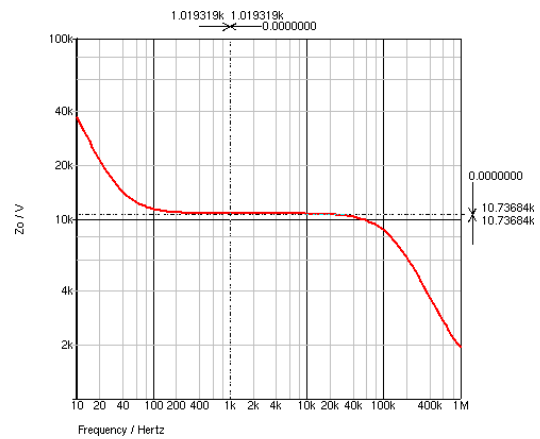


図 10: 出力インピーダンスの周波数特性

69.559 kΩ , 出力インピーダンスは 10.737 kΩ でした . シミュレーションの結果が微妙に異なるのは , カップリングコンデンサやカソードバイパスコンデンサの影響です .

参考文献

- [1] 長真弓. 真空管アンプ設計自由自在. 誠文堂新光社, 1990.
- [2] 百瀬了介. 真空管アンプ完全設計法. ラジオ技術社, 1990.